

**Ю. А. Фирсова, И. Г. Хисамеев**

## ВЫХОДНЫЕ УСТРОЙСТВА ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА.

### ПОТЕРИ В НИХ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

*Ключевые слова:* математическое моделирование, центробежные компрессоры; концевая ступень, выходное устройство, потери в проточной части.

Разработан метод математического моделирования для расчета потерь в выходных устройствах центробежных компрессоров. Приведены расчетные формулы. Сопоставлены результаты расчета коэффициентов потерь в выходном устройстве по математической модели и другим методикам.

*Keywords:* mathematical modelling, centrifugal compressors, a trailer step, the target device, losses in a flowing part.

The method of mathematical modelling is developed for calculation of losses in target devices of centrifugal compressors. Settlement formulas are resulted. Results of calculation of factors of losses in the target device on mathematical model and other techniques are compared.

Выходные устройства (ВУ) концевых ступеней (КС) центробежных компрессоров (ЦК) оказывают существенное влияние на КПД и зону устойчивой работы, а также надежность ЦК, поскольку в значительной степени определяют аэродинамические нагрузки, действующие на ротор, особенно на нерасчетных режимах работы. Влияние ВУ резко усиливается при использовании центробежных компрессоров в области высоких давлений и при сжатии газов из группы галоидозамещенных углеводородов, работа на которых происходит при больших числах Маха, а также при повышении уровня окружных скоростей. В связи с этим отработка высокоэффективных конструкций ВУ и создание методов их расчета и оптимального проектирования имеют большое значение [1].

Метод математического моделирования для расчета потерь в ВУ разработан на основе комплексной обработки большого числа экспериментальных данных, полученных при испытаниях ступеней с различными геометрическими и режимными параметрами [2]. В данной работе в качестве выходного устройства ЦК рассмотрена кольцевая сборная камера (КСК), которая является наиболее распространенной в современном машиностроении [3].

Основываясь на представлениях о характере течения потока, проточную часть (ПЧ) выходного устройства можно разбить на три участка (рис. 1):

- участок 4-5 – поворотный канал;
- участок 5-6 – торовая часть камеры;
- участок 6-К – выходной конический диффузорный патрубок.

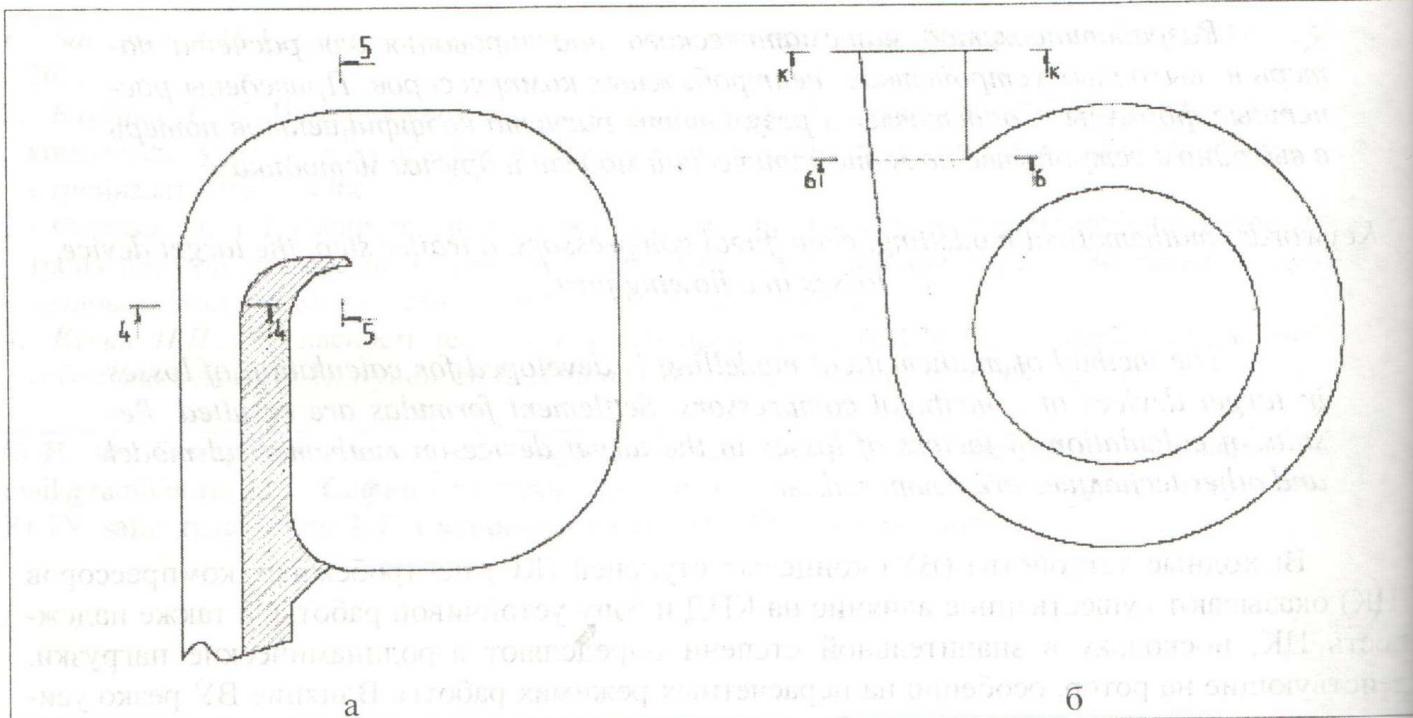
На выделенных участках возникают потери, обусловленные радиальным подводом массы газа ( $h_{р.п.}$ ); потери трения ( $h_{тр}$ ); потери, обусловленные наличием радиального градиента давления ( $h_{инд}$ ); потери в нагнетательном патрубке, обусловленные трением, изогнутостью канала и диффузорностью течения ( $h_{н.п.}$ ), а также потери в меридиональном сечении ( $h_{мер}$ ). Тогда потери в КСК

$$h_{КСК} = h_{тр} + h_{мер} + h_{инд} + h_{н.п.} \quad (1)$$

Слагаемые выражения (1) можно представить в виде структурно идентичных формул, имеющих вид (например, для  $h_{tp}$ )

$$h_{tp} = C_{W_{tp}} \rho_{cp} \frac{c^3}{2 m} F_{KCK} \quad (2)$$

где  $C_{W_{tp}}$  – коэффициент силы сопротивления;  $\rho_{cp}$  – средняя плотность газа в проточной части КСК;  $c_{cp}$  – средняя скорость продольного обтекания канала КСК в радиальной плоскости;  $m$  – массовый расход газа;  $F_{KCK}$  – площадь камеры.



**Рис. 1 – Схема сечения выходного устройства в меридиональной (а) и радиальной (б) плоскостях**

Используя аналогичную структурную запись для остальных составляющих потерь можно получить выражение для определения суммарного коэффициента сопротивления  $c_{W_{KCK}}$  в виде суммы составляющих коэффициентов  $c_w$ . В качестве параметра, характеризующего эффективность КСК, выбрана доля потерь КПД

$$\Delta\eta = \frac{h_{KCK}}{h_i} = \frac{\bar{c}^3 \bar{F} \bar{\varepsilon}}{2 (1 + \beta_{tp} + \beta_{pr}) \Psi_t \Phi c_{W_{KCK}}} \quad (3)$$

$$\bar{F} = \frac{F_{KCK}}{\pi D_2^2 / 4}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\rho_{cp}}{\rho_0}; \quad \bar{c} = \frac{c_{cp}}{u_2},$$

где  $\beta_{tp}$  – коэффициент дискового трения;  $\beta_{pr}$  – коэффициент протечек в колесе;  $\Psi_t$  – коэффициент теоретического напора;  $\Phi$  – коэффициент расхода;  $D_2$  – диаметр колеса;  $\rho_0$  – плотность газа на входе в ступень ЦК;  $u_2$  – окружная скорость колеса.

Отдельные коэффициенты сопротивления, соответствующие составляющим потерям, могут быть представлены в виде функций от критериев подобия  $M$  и  $Re$ , а также от

плексов параметров, характеризующих распределение скоростей идеального потока  $\bar{w}$  и форму КСК  $\bar{F}$ :

$$c_{W_i} = f(M_i, Re_i, \bar{w}_i, \bar{F}_i) \quad (4)$$

Тогда общий вид аналитической зависимости потерь в выходном устройстве имеет вид

$$\Delta\eta = \frac{1}{1 + \beta_{\text{пр}} + \beta_{\text{тр}}} \left( \frac{\bar{\epsilon}}{2} \frac{\bar{F}}{\Psi_m} \frac{\bar{c}^3}{\Phi} \right) \left\{ k_{M_{\text{тр}}} k_{Re_{\text{тр}}} c_{W_{\text{тр}}} (\bar{w}, \bar{F}) + \right. \\ + k_{M_{\text{МЕР}}} k_{Re_{\text{МЕР}}} c_{W_{\text{МЕР}}} (\bar{w}, \bar{F}) + k_{M_{\text{инд}}} k_{Re_{\text{инд}}} c_{W_{\text{инд}}} (\bar{w}, \bar{F}) + \\ \left. + k_{M_{\text{н.п.}}} k_{Re_{\text{н.п.}}} c_{W_{\text{н.п.}}} (\bar{w}, \bar{F}) \right\} \quad (5)$$

где  $k_M, k_{Re}$  – поправочные коэффициенты, учитывающие влияние критериев соответствен-но  $M$  и  $Re$ ;  $c_W$  – коэффициенты силы сопротивления соответствующих потерь.

При конкретизации выражения математической модели (ММ) были использованы приближенные методы, которые основаны на следующих допущениях:

1. коэффициент силы сопротивления трению  $c_{W_{\text{тр}}}$  является функцией относительного замедления потока –  $\Delta c/c_{cp}$ ;
2. оценка влияния пространственности течения газа в канале КСК производится путем введения соответствующих потерь  $h_{\text{мер}}$  и  $h_{\text{инд}}$  в выражение общего вида потерь;
3. коэффициент силы сопротивления  $c_{W_{\text{инд}}}$  является функцией поперечного градиента скорости и относительной ширины канала;
4. влияние чисел  $M$  и  $Re$  обобщенно учитывается поправочными коэффициентами  $k_M$  и  $k_{Re}$ .

Составляющие потерь, входящие в выражение (1), на основании принятых допуще-ний определяются следующими выражениями:

– потери на трение [4]

$$h_{\text{тр}} = \frac{\bar{\epsilon}}{\Phi} \frac{\bar{F}}{\Phi} \frac{\bar{c}^3}{\Phi} X_1 \left( 1 + X_2 \left( \frac{\Delta c}{c_{cp}} \right) \right)^{X_3}; \quad (6)$$

– потери в меридиональном сечении

$$h_{\text{мер}} = X_4 \operatorname{tg}^{1.25} \frac{V_3}{2} \left( 1 - \frac{b_4 r_4}{b_{cp} R_{cp}} \right)^2 \left( \frac{c_{r4}^2}{c_{acp}^2} \right); \quad (7)$$

– индуктивные потери

$$h_{\text{инд}} = \frac{\bar{\epsilon}}{\Phi} \frac{\bar{F}}{\Phi} \frac{\bar{c}^3}{\Phi} X_5 \left( \frac{c_{acp}^2}{b_{cp} / l_{cp}} \right)^{X_6}; \quad (8)$$

– потери в нагнетательном патрубке

$$h_{\text{нп}} = \frac{1}{2} \bar{c}_{\theta_k}^2 \left[ \left( 1 - 1/n^2 \right) \frac{X_7}{\sin(V_3/2)} + X_8 \operatorname{tg}^{X_9} (V_3/2) \left( 1 - 1/n^2 \right)^2 \right], \quad (9)$$

где  $\bar{\epsilon}$  – отношение средней плотности воздуха сечения к плотности воздуха на входе сту-пень;  $X_1$  – искомые параметры;  $V_3$  – эквивалентный угол раскрытия;  $b_4$  – ширина се-

чения на входе в ВУ;  $r_4$  – радиус сечения на входе в ВУ;  $b_{cp}$  – средняя ширина сечения;  $R_{cp}$  – средний радиус сечения;  $c_{r4}$  – среднерасходная радиальная составляющая скорости на входе в ВУ;  $c_{acp}$  – усредненный поперечный градиент скорости;  $l_{cp}$  – усредненная длина ПЧ ВУ;  $\bar{c}_{\theta_k}$  – скорость в сечении  $\theta = \theta_n$ ;  $\theta_n$  – угол расположения нагнетательного патрубка;  $n$  – коэффициент геометрической диффузорности.

В выражении (9) первая составляющая указывает потери на трение, вторая – потери от расширения.

На основе выражения (5) с учетом уравнений (6) – (9) получена в общем виде математическая модель для расчета потерь в КСК

$$\Delta\eta = \frac{1}{1 + \beta_{TP} + \beta_{PR}} \frac{1}{2 \Psi_T} \left( 1 + X_{10} M^{X_{11}} \right) \left( 1 + X_{12}/Re^{X_{13}} \right)$$

$$+ \frac{\bar{\epsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} X_1 \left( 1 + X_2 \frac{\Delta c}{c_{cp}} \right)^{X_3} + X_4 \frac{\operatorname{tg}^{1.25} v_e}{2} \left( 1 - \frac{b_4 r_4}{b_{cp} R_{cp}} \right)^2 \left( \bar{c}_{r4}^2 \right) +$$

$$+ \frac{\bar{\epsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} X_5 \frac{\left( \bar{c}_{acp} \right)^k}{\left( b_{cp} / l_{cp} \right)^{X_6} + \bar{c}_{\theta_k}^2} \left( 1 - 1/n^2 \right) \frac{X_7}{\sin(v_e/2)} + X_8 \operatorname{tg}^{X_9} \left( v_e/2 \right) \left( 1 - 1/n^2 \right)^2 \quad (10)$$

Для нахождения конкретного вида ММ запишем уравнение (10) в виде

$$\Delta\eta = (\bar{x}, \bar{A}) \quad (11)$$

где  $\Delta\eta$  – расчетное значение функции, в данном случае – доля потерь КПД, характеризующая эффективность КСК;  $\bar{x} = (X_1, X_2, X_3 \dots X_i, X_n)$  – вектор искомых параметров;  $\bar{A} = (a_1, a_2, a_3 \dots a_i, a_m)$  – вектор известных параметров, т.е. множество значений чисел  $M$ ,  $Re$ ,  $\bar{F}$  и др.

На невязки, т.е. разницу между вычисленным и известным опытным значением  $\Delta\eta$ , накладывается условие, которое требует минимизации суммы квадратов невязок:

$$G = \sum_{i=1}^k \left[ \Delta\eta_{i\text{эксп}} - (\bar{x}_i, \bar{A}_i) \right]^2, \quad (12)$$

где  $\Delta\eta_{i\text{эксп}}$  – данные, полученные экспериментальным путем;  $(\bar{x}_i, \bar{A}_i)$  – значение функции, полученное из расчетов по ММ;  $i$  – номер варианта или режима экспериментального испытания.

Задача решается перебором всех значений вектора  $\bar{x}$  с некоторым шагом, обеспечивающим практическую точность ММ, и выбором из этого множества значений конкретного значения  $\bar{x}^*$ . В данной работе рабочим вариантом был принят метод случайного поиска с переменным шагом [2].

При определении неизвестных коэффициентов  $X_i$  методом случайного поиска границы исходных параметров варьировались в широком диапазоне. Конкретизация ММ потерь с использованием данных по 135 вариантам концевых ступеней производилась поэтапно с помощью программы, составленной на языке Visual Basic. Каждый этап поиска заканчивался анализом полученного решения, по результатам которого вносились необходимые корректиды в частные функциональные зависимости и в границы поиска вектора неизвестных коэффициентов. Среднее отклонение значений  $\Delta\eta_{\text{расч}}$  от  $\Delta\eta_{\text{эксп}}$  было уменьшено с 18 до 5,7%.

По результатам проведенной идентификации ММ для определения  $\Delta\eta$  имеет окончательный вид:

$$\Delta\eta = \frac{1}{1+\beta_{TP} + \beta_{PP}} \frac{1}{2} \frac{1}{\psi_t} (1+1,5 M^{1,1}) (1+\frac{58}{Re})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{\varepsilon}}{\Phi} \frac{\bar{F} \bar{c}^3}{\bar{c}_{cp}^3} 0,007 (1+0,03 \frac{\Delta c}{c_{cp}}) + \\ & + 0,12 \ tg^{1,25} \frac{v_s}{2} (1 - \frac{b_4 r_4}{b_{cp} R_{cp}})^2 (\bar{c}_{r4}^2) + \frac{\bar{\varepsilon}}{\Phi} \frac{\bar{F} \bar{c}^3}{\bar{c}_{cp}^3} 0,0002 \frac{(\bar{c}_{acp})^2}{(b_{cp}/l_{cp})^{0,1}} + \\ & + \bar{c}_{\theta_k}^2 (1 - \frac{1}{n^2}) \frac{0,0018}{\sin(v_s/2)} + 8 \ tg(v_s/2) (1 - \frac{1}{n})^2 . \end{aligned} \quad (13)$$

Диапазон применимости математической модели для расчета потерь в выходном устройстве: по числам  $Re = 2,1 \cdot 10^5 \dots 4,2 \cdot 10^5$  и  $M = 0,3 \dots 0,4$ ; по относительной площади камер  $\bar{F} = 1,5 \dots 4,4$ .

На рис. 2 представлены зависимости между составляющими потерь в ПЧ КСК, вычисленные по выражению (13). Как видно, потери трения составляют 10-15% суммарных потерь. Потери, обусловленные особенностями меридионального течения в КСК, составляют 12-17% от общих потерь; индуктивные потери, обусловленные наличием поперечного градиента давления, – 20-35%. Сложный характер картины течения в начальной зоне нагнетательного патрубка обусловливает сравнительно высокие значения потерь (40-50% суммарных потерь).

Проверка расчетного распределения между составляющими потерь, полученного с помощью конкретного вида ММ, удовлетворительно согласуется с опытными результатами. Разность в соотношениях между различными составляющими потерь обусловлена спецификой геометрической формы ПЧ и особенностями течения в предшествующих элементах концевой ступени.

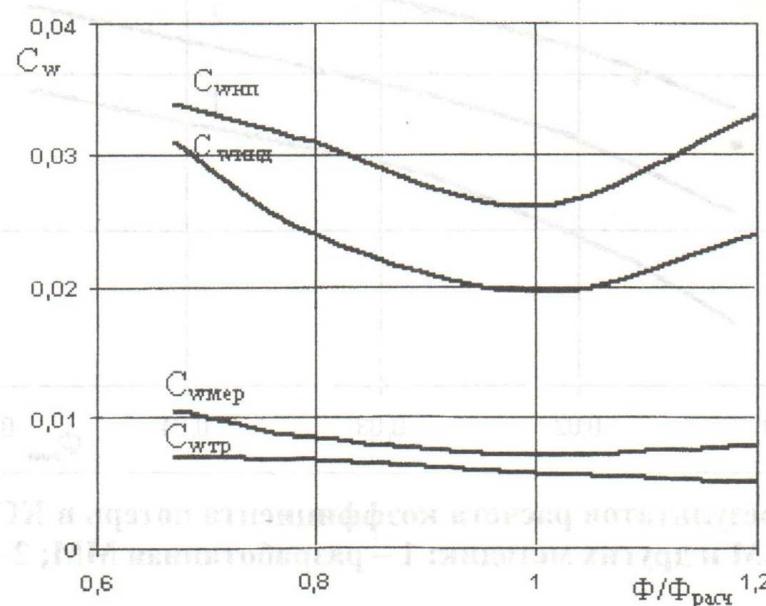


Рис. 2 – Соотношение между коэффициентами сопротивления составляющих потерь

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений величин  $\Delta\eta$  для трех концевых ступеней (КС-52, КС-54, КС-57) (рис. 3) показало, что в пределах области применимости ММ, установленной в процессе экспериментального исследования, и идентификации модели, расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями не превышает экспериментальной погрешности определения величины и составляет 9%.

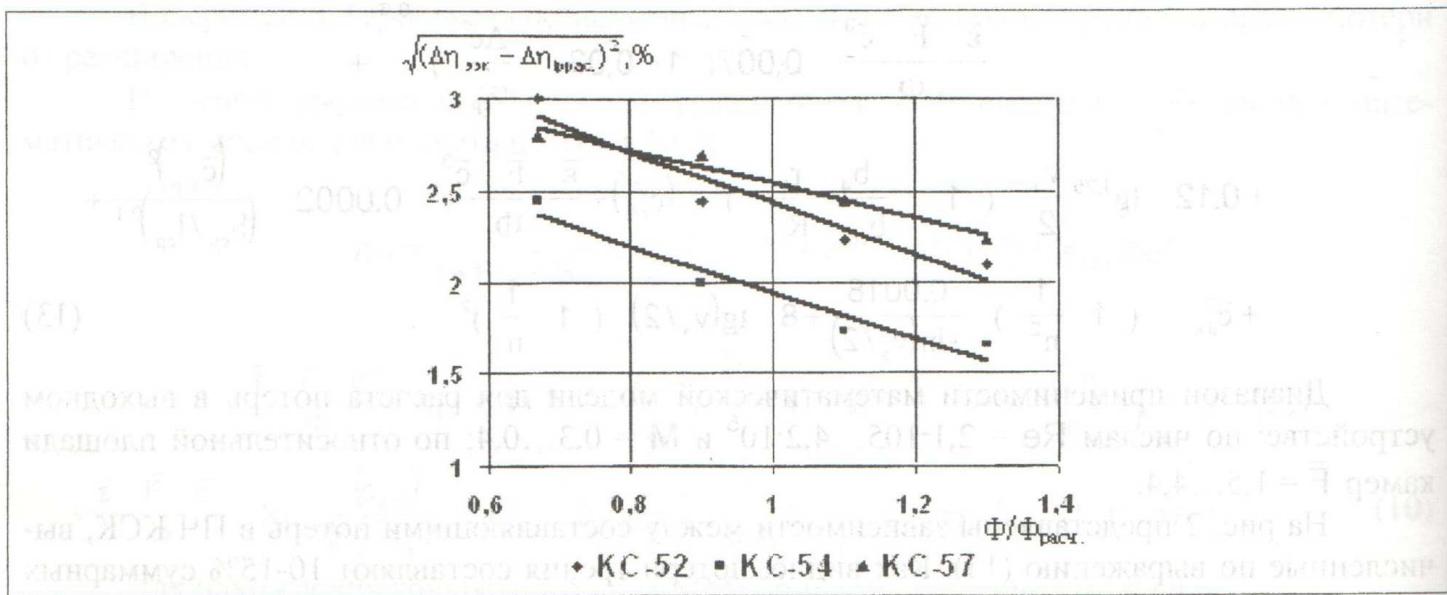


Рис. 3 – Сравнение расчетных и экспериментальных значений  $\Delta\eta$

Сопоставление характеристик, рассчитанных с использованием выражения (13) с характеристиками, полученными по рекомендациям других авторов (рис. 4) ([5], [6]), показывает, что данные, полученные расчетом по разработанной ММ [7], имеют большую точность.. Следовательно, математическая модель пригодна для анализа влияния определяющих параметров на потери в выходном устройстве центробежного компрессора.

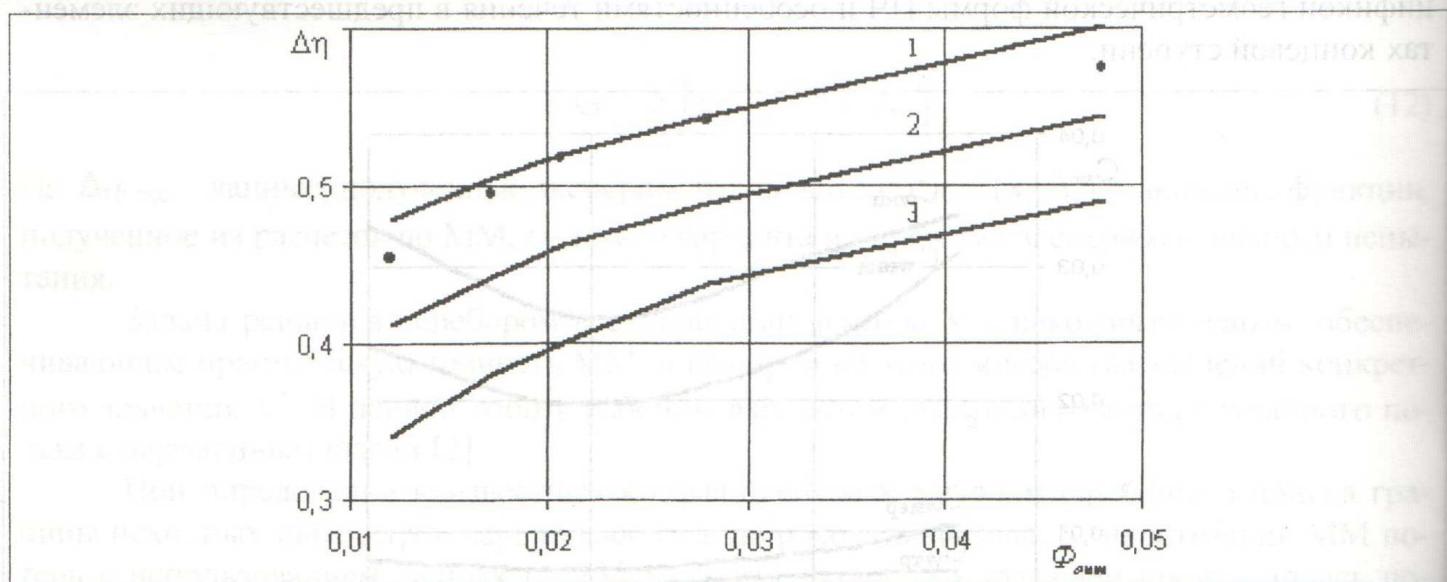


Рис. 4 – Сравнение результатов расчета коэффициента потерь в КСК с использованием разработанной ММ и других методик: 1 – разработанная ММ; 2 – [5]; 3 – [6]

## Литература

1. Мифтахов, А.А. Аэродинамика выходных устройств турбокомпрессоров/ А.А. Мифтахов. – М.: Машиностроение, 1999. – 480с.
2. Селезнев, К.П. Оценка эффективности двухзвенных ступеней центробежных компрессоров на основе статистической обработки результатов эксперимента / К.П. Селезнев, Ю.Б. Галеркин, А.Г. Никифоров // Труды ЛПИ. – СПб.: 1977. – С. 300-305
3. Максимов, В.А. Компрессорное и холодильное машиностроение на современном этапе/ В.А. Максимов, А.А. Мифтахов, И.Г. Хисамеев // Вестник Казан. технол. ун-та. – 1998. – №1. – С. 104-113.
4. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям /И.Е. Идельчик.– М.: Машиностроение, 1992. – 560с.
5. Никитин, А.А. Расчет потерь в выходном устройстве центробежного компрессора/ А.А.. Никитин, С.В. Цукерман // Энергомашиностроение. – 1979. – № 6. – С. 17-19.
6. Тарабарин, О.И. Исследование кольцевых сборных камер с различным расположением и числом нагнетательных патрубков / О.И. Тарабарин, А.А. Мифтахов // Тезисы докладов VI Всесоюзной научно-технической конференции по компрессоростроению. – Л., 1981.
7. Фирсова, Ю.А.. Совершенствование методов расчета кольцевых сборных камер центробежных компрессоров: дис. ... канд. техн. наук: 05.04.06: защищена 29.05.2009: утв. 18.09.2009 / Юлия Александровна Фирсова. – Казань, - 173 с.

© Ю. А. Фирсова – канд. техн. наук, доц. каф. холодильной техники и технологии КГТУ, firsovay@mail.ru; И. Г. Хисамеев – д-р техн. наук, проф., зав. каф. холодильной техники и технологии КГТУ.