

# Метод расчета геометрических характеристик профиля роторов винтового компрессора

О.Ю. Паранина, Ю.А.Паранин, В.Н. Налимов

(АО «НИИтурбокомпрессор им. В.Б. Шнеппа», Группа ГМС)

Р.Р. Якупов (Казанский национальный исследовательский технологический университет)

Представлена методика расчета основных геометрических характеристик профиля роторов винтового компрессора: линии зацепления, площади впадин между зубьями роторов, площади треугольной щели, угла давления. Выполнен анализ результатов расчета по указанной методике с целью определения влияния формы профиля роторов, с использованием лемнискат Бернули, на его геометрические характеристики.

**Ключевые слова:** винтовой компрессор, метод расчета, профиль роторов, геометрические характеристики профиля, лемниската Бернули.

## METHOD FOR CALCULATION OF GEOMETRICAL CHARACTERISTICS OF THE SCREW COMPRESSOR ROTORS PROFILE

O.Yu.Paranina, Yu.A.Paranin, V.N.Nalimov (JSC «Nilturbokompressor n.a.V.B.Shnep», HMS Group)

R.R.Yakupov (Kazan National Research Technological University)

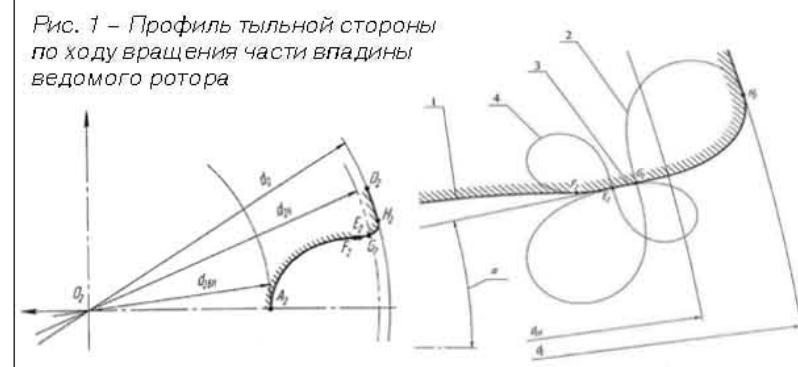
A method has been presented for the calculation of main geometrical characteristics of the screw compressor rotors' profile, including line of engagement, area of lobes between the rotor teeth, area of triangular slot, and pressure angle. Evaluation has been made of calculation data obtained using the specified approach with the purpose of determination of the influence of rotor profile shape on its geometrical characteristics with the use of lemniscates of Bernoulli.

**Keywords:** screw compressor, method of calculation, rotors' profile, geometrical characteristics of a profile, lemniscate of Bernoulli.

В 2012 г. АО «НИИтурбокомпрессор» получило патент «Зацепление винтовой машины» [1] (рис. 1). Его отличительной особенностью является наличие в профиле винтового компрессора участков, выполненных лемнискатой Бернули (рис. 1, участок  $F_2E_2$  и участок  $G_2H_2$ ) на тыльной, по ходу вращения, стороне зуба ведомого ротора.

Изменяя начальные значения характерных параметров исходного профиля (положение точки  $F_2$ , величина отрезка  $E_2G_2$ , значение угла наклона отрезка  $E_2G_2$  и т.д.), можно получить большое количество исполнений профилей роторов винтового компрессора, что определяет различную итоговую эффективность (энергетические и массогабаритные показатели) винтового компрессора в целом.

Рис. 1 – Профиль тыльной стороны по ходу вращения части впадины ведомого ротора



Об эффективности того или иного профиля в первом приближении можно судить по величинам основных геометрических характеристик профиля роторов: длина линии зацепления, площадь впадин ведущего и ведомого роторов, площадь треугольной щели, угол давления. Поэтому, чтобы выявить наиболее перспективные начальные параметры исходного профиля, проведено исследование по выявлению влияния этих параметров на геометрические характеристики винтов. С этой целью был разработан метод расчета геометрических характеристик профиля роторов.

## Определение длины линии зацепления

Исходными данными для расчета длины линии контакта являются массив координат профиля винтового компрессора.

Длина линии контакта роторов  $L_x$ , мм, в пределах зацепления парной полости, складывается из длин ее участков. В данном случае из длин шести ее участков:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$ ,  $FG$  (рис. 2, а):

$$L_x = l_{AB} + l_{BC} + l_{CD} + l_{DE} + l_{EF} + l_{FG},$$

где  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ ,  $l_{DE}$ ,  $l_{EF}$ ,  $l_{FG}$  – длины участков линии контакта профиля компрессора, мм;

При исследовании винтового компрессора изначально рассматривают линию зацепления, а не линию контакта. Линия зацепления – это проекция линии контакта на торцевую плоскость, перпендикулярную оси роторов. А затем, с учетом кинематического взаимодействия профилей в процессе их взаимногогиба, определяют линию контактов [2].

Для определения длины линии зацепления необходимо перевести уравнения кривых профиля ведомого или ведущего ротора из подвижной системы координат  $X_2O_2Y_2$  в неподвижную –  $X_0O_0Y_0$  для ведомого ротора или из подвижной системы координат  $X_1O_1Y_1$  в неподвижную –  $X'_0O'_0Y'_0$  для ведущего ротора (рис. 2, б).

Для определения длины линии контакта уравнение координат линии зацепления примет следующий вид:

$$\begin{cases} X_0 = X_2 \cdot \cos \alpha_2 - Y_2 \cdot \sin \alpha_2, \\ Y_0 = X_2 \cdot \sin \alpha_2 + Y_2 \cdot \cos \alpha_2, \\ Z_0 = \frac{h_2}{2\pi} \cdot \alpha_2, \end{cases}$$

где  $\alpha_2$  – угол поворота до совмещения подвижной системы координат с неподвижной системой;  $h_2$  – шаг ведомого ротора.

Разбивка каждого из участков линии контакта выполнялась произвольно и диктовалась необходимостью максимального приближения ломаной линии к кривой, которую она заменяет [3]. Поэтому решение сводилось к нахождению длин каждого участка:  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ ,  $l_{DE}$ ,  $l_{EF}$ ,  $l_{FG}$  ломаной линии как разностей пространственных координат. Ниже приведен пример нахождения длины линии контакта для участка  $AB$ :

$$l_{AB} = \sqrt{X_{0AB}^2 + Y_{0AB}^2 + Z_{0AB}^2},$$

где  $X_{0AB}$ ,  $Y_{0AB}$ ,  $Z_{0AB}$  – координаты линии контакта относительно неподвижной системы координат.

Для нахождения длины линии зацепления, в первую очередь, определялся угол поворота ротора –  $\alpha_2$ , на основе поиска решения системы двух уравнений:

– уравнение нормали к касательной, построенной под углом  $\alpha_2$ :

$$Y = \operatorname{tg}(\alpha_2 - 90^\circ) \cdot (X - X_2) + Y_2;$$

– уравнение начальной окружности с радиусом –  $r_{2H}$  (рис. 2):

$$X^2 + Y^2 = r_{2H}^2$$

Искомый угол –  $\alpha_2$  определялся в программной среде «Scilab» через арктангенс угла полученных координат –  $(X; Y)$  пересечения нормали с окружностью для каждого отдельного положения профиля. Далее

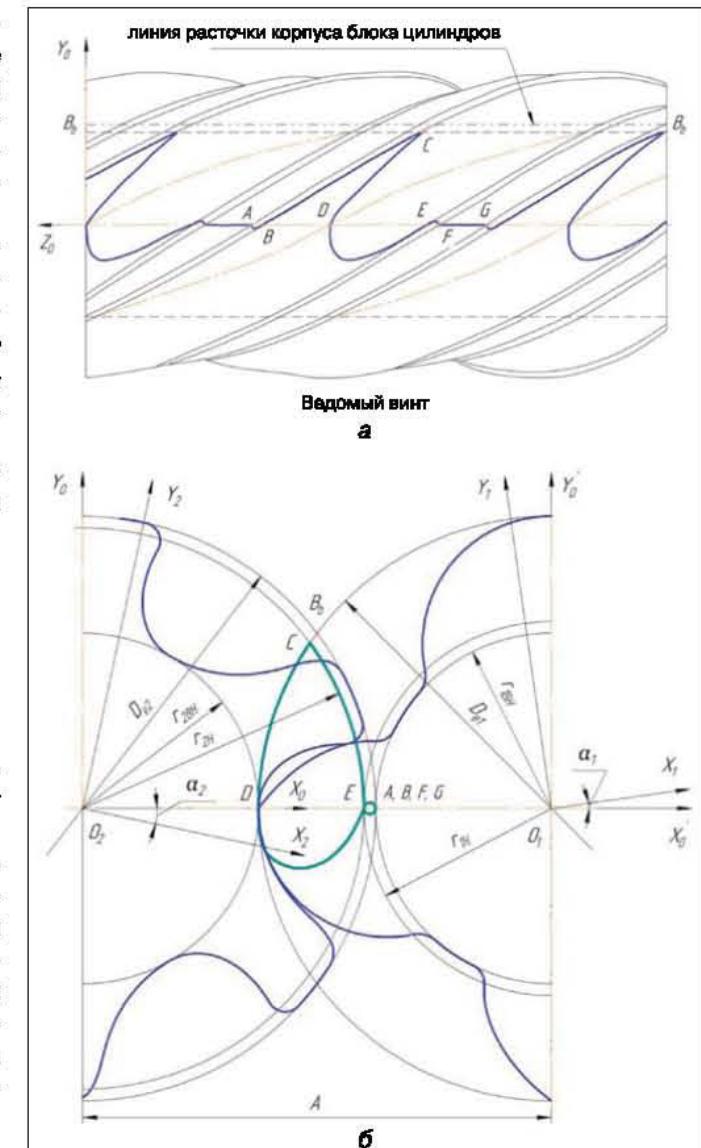


Рис. 2. Линия контакта (а) и линия зацепления (б) роторов винтового компрессора

осуществлялся расчет координат линии зацепления, расчет линий контакта отдельных участков профиля и суммарной длины линии контакта.

Для анализа длины линии контакта винтов удобнее пользоваться в качестве критерия относительной длины линии контакта:  $\frac{L_x}{D_{\omega}}$ .

## Определение площади впадин между зубьями роторов

В качестве исходных данных для расчета площади впадин  $S_{\text{up}}$  так же, как и в предыдущем разделе, был использован массив координат для профилей ведущего и ведомого роторов. Площадь  $S_{\text{up}}$ , образованная

в торцевом сечении роторов между цилиндрической поверхностью расточки корпуса и винтовыми поверхностями впадин зубьев ведущего и ведомого роторов, представлялась в виде площади многоугольника.

Ниже рассмотрен подробный расчет площади впадины ведомого ротора. Расчет состоял из трех этапов.

На первом этапе расчета находилась часть площади между профилем ведомого ротора и двумя радиальными прямыми, соединяющими начало координат с начальными и конечными координатами данного профиля. В результате был получен новый вектор-столбец –  $(X_{2ob}; Y_{2ob})$ , обеспечивающий замкнутость фигуры для определения площади (рис. 3, а). Для нахождения части площади впадины  $S_n$ ,  $\text{мм}^2$ , была использована формула площади многоугольника:

$$S_n = |F_n|/2$$

где  $F_n$  – определитель площади простого  $n$ -угольника. Его общая формула для каждого  $i$ -го значения координат профиля  $(X_{2ob}(i); Y_{2ob}(i))$ ,  $\text{мм}^2$ :

$$F_i = [X_{2ob}(i) \cdot Y_{2ob}(i+1) + X_{2ob}(i+1) \cdot Y_{2ob}(i)] - [Y_{2ob}(i) \cdot X_{2ob}(i+1) + Y_{2ob}(i+1) \cdot X_{2ob}(i)],$$

где  $(X_{2ob}(i); Y_{2ob}(i))$  – первое значение координат в вектор-столбце  $(X_{2ob}(i); Y_{2ob}(i))$ ,  $\text{мм}$ ;  $(X_{2ob}(i_n); Y_{2ob}(i_n))$  – последнее значение координат в этом вектор-столбце,  $\text{мм}$ .

На втором этапе осуществлялся расчет площади сектора (рис. 3, б). Площадь сектора – часть площади впадины между двумя радиальными прямыми, проходящими от начала координат до начального и

конечного значения профиля ведомого ротора и поверхностью расточки корпуса. Площадь сектора  $S_{\text{сектор}}$ ,  $\text{мм}^2$ , рассчитывалась по формуле [4]:

$$S_{\text{сектор}} = \frac{\beta_{seg} \cdot R_{2ob}^2}{2},$$

где  $R_{2ob} = r_{el} = D_{el}/2$  – радиус окружности рассматриваемого сектора,  $\text{мм}$ ;

$\beta_{seg} = |\beta_{1seg}| + |\beta_{2seg}|$  – угол сегмента, который определяется как сумма углов точек начала и окончания координат профиля ведомого ротора.

В окончательной части осуществлялся расчет иско-мой площади впадин  $S_p$  для ведомого ротора. Площадь впадины профиля ведомого ротора  $S_{\text{впадина}}$ ,  $\text{мм}^2$ , рассчитывалась как разность площадей сектора и поверхности профиля ведомого ротора:

$$S_{\text{впадина}} = S_{\text{сектор}} - S_n$$

Площадь впадины ведущего ротора  $S_{\text{впадина}}$  рассчитывалась аналогично расчету площади впадины ведомого ротора.

После суммирования обеих площадей получали искомую площадь впадин между зубьями роторов  $S_p$ :

$$S_p = S_{\text{впадина}} + S_{\text{впадина}}$$

Для анализа площади впадин удобнее пользоваться в качестве критерия его относительной величиной:  $\frac{S_p}{D_{el}^2}$ .

#### Определение площади треугольной щели

Треугольная щель ограничивается гребнем расточки корпуса блока цилиндров и винтовыми поверхностями профилей ведущего и ведомого роторов

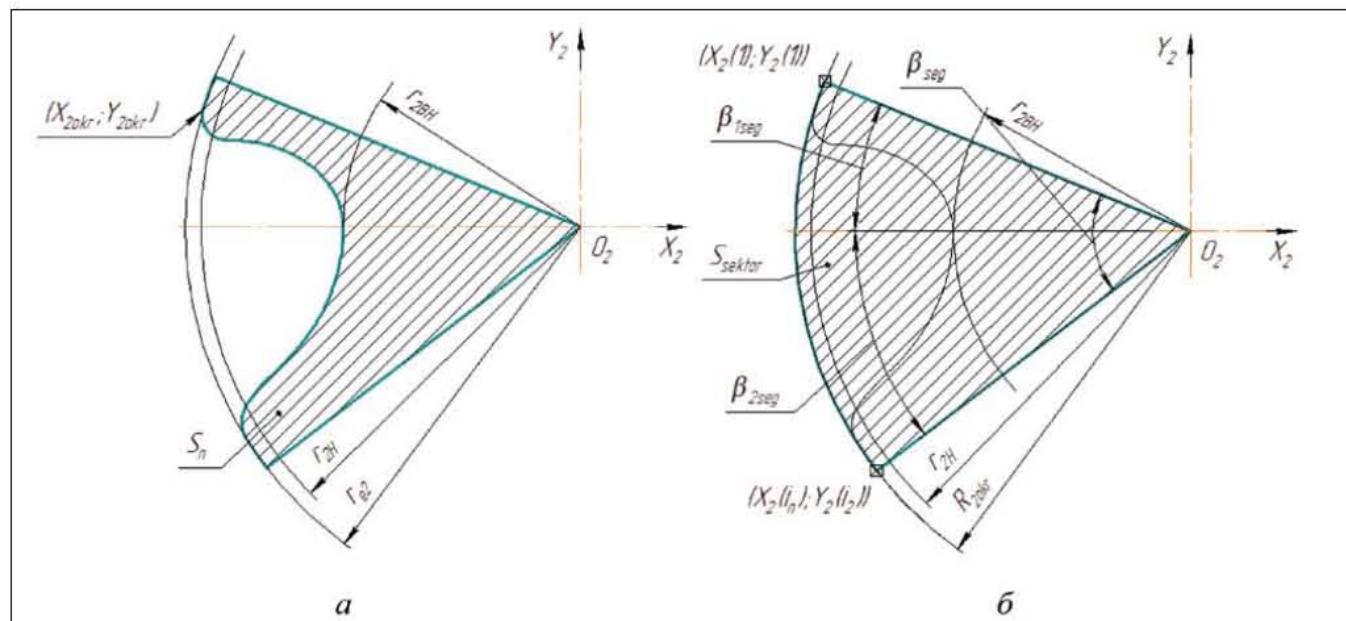


Рис. 3 – Внутренняя поверхность (а) и сектор профиля ведомого ротора (б)

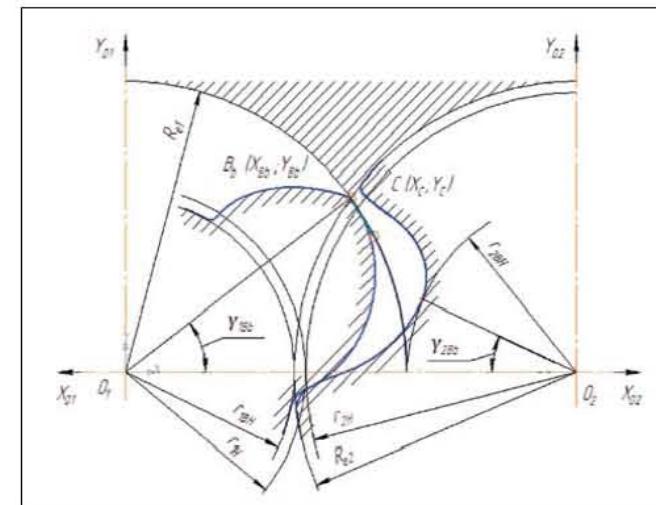


Рис. 4. Точка начала треугольной щели и угол поворота до этой точки

винтового компрессора. Она располагается между расточкой корпуса ( $B_b - B_s$ ) и максимально отстоящей от горизонтальной оси точкой линии зацепления профиля роторов винтового компрессора (точка  $C$ ) (рис. 2, б) [3].

Так как площадь треугольной щели с одной стороны ограничивается расточкой блока цилиндров, то она будет образовываться после пересечения вершины зуба ведущего ротора этой расточки. Точка  $B_b$  определяет начало формирования треугольной щели и соответствует точке пересечения наружной окружности профиля ведущего ротора радиусом  $R_{el}$  с наружной окружностью профиля ведомого ротора радиусом  $R_{el}$  (рис. 4). Угол поворота ведущего профиля  $\gamma_{1bb}$ , для точки  $B_b$  определяется как арктангенс координат точки  $B_b$  ( $X_{1bb}; Y_{1bb}$ ) [4].

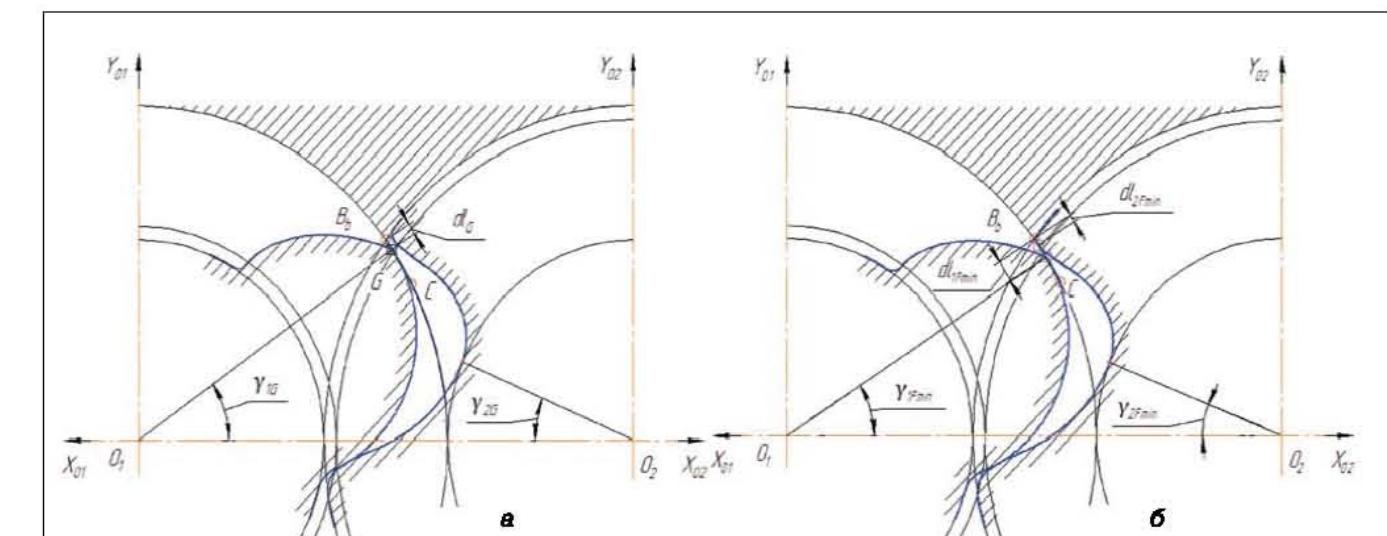


Рис. 5. Определение длины отрезка  $GBG$  при определении треугольной щели (а) и величины угла поворота ротора в момент начала загромождения треугольной щели ведомым ротором (б)

При дальнейшем рабочем вращении роторов компрессора (рис. 5, а) между вершиной зуба ведущего ротора и расточкой корпуса образуется щель, которая соединяет две соседние полости, находящиеся под действием разных давлений. Сама поверхность, образованная мгновенными размерами щели и расположенная вдоль наружных винтовых поверхностей, называется треугольной щелью. Для построения эпюры (рис. 6) треугольной щели необходимо определить величину текущего значения размера щели и расстояния вдоль винтовой линии ротора.

В случае поворота ведущего и ведомого роторов винтового компрессора на углы  $\gamma_{1G}$  и  $\gamma_{2G}$ , соответственно, в проекции на торцевую плоскость, эта щель изображается отрезком  $GB_G$  (рис. 5, а). Отрезок  $GB_G$ , необходимый для построения эпюры треугольной щели, равен расстоянию  $d_{1G}$ ,  $\text{мм}$ , от точки  $B_b$  до точки текущего положения вершины зуба (точка  $G$ , рис. 5, а) [4] и определяется по формуле:

$$d_{1G} = \sqrt{(X_{1bb} - X_{1G})^2 + (Y_{1bb} - Y_{1G})^2},$$

где  $(X_{1G}; Y_{1G})$  – координаты вершины зуба ведущего ротора (точка  $G$ ), полученной на пересечении профиля ведущего ротора с прямой  $B_b - A_{bb}$ ,  $\text{мм}$ .

Расстояние  $d_{2G}$ ,  $\text{мм}$ , для ведущего винта определялось по формуле [5]:

$$d_{2G} = m_1 \cdot d\gamma_{1G},$$

где  $m_1 = \frac{h_1}{2 \cdot \pi}$  – относительный осевой шаг ведущего ротора,  $\text{мм/рад.}$ ;

$d\gamma_{1G}$  – угол поворота ведущего ротора от точки расточки до текущего положения вершины зуба,  $\text{рад}$ . (рис. 5, а).



При этом расстояния  $dl_c$ ,  $dz_c$  находились относительно ведущего ротора. Полученные значения координат, определяющие размер щели в данном сечении  $A-A$ : ( $dz_c$ ;  $dl_c$ ), отмечались на эпюре для построения треугольной щели (рис. 6).

Дальнейшее вращение роторов приводит к тому, что, начиная с определенного угла  $\gamma_{2F\min}$ , профиль ведомого ротора начинал соприкасаться с прямой  $B_b-C$ , загромождая щель, образованную точкой расточки и текущим положением вершины ведущего ротора (рис. 5, б). Нахождение угла  $\gamma_{2F\min}$  сводилось к определению разности углов между точками, характеризующими положение ведомого ротора в момент начала формирования треугольной щели и при его первоначальном положении. Определение угла поворота ведомого ротора для его положения в момент пересечения с прямой  $B_b-C$  производится с помощью алгоритма поиска минимума угла на рассматриваемом участке ведомого ротора, который и является искомым углом поворота ведомого ротора  $\gamma_{2F\min}$  до касания отрезка  $B_b-C$ .

Расстояние  $d_{2F\min}$ , мм, определялось от точки  $B_b$  до точки, когда профиль ведомого ротора начинает соприкасаться с прямой  $B_b-C$ :

$$d_{2F\min} = \sqrt{(X_{2Bb} - X_{2F\min})^2 + (Y_{2Bb} - Y_{2F\min})^2},$$

где  $(X_{2Bb}; Y_{2Bb})$  – координаты точки начала треугольной щели относительно ведомого ротора, мм;  $(X_{2F\min}; Y_{2F\min})$  – координаты профиля ведомого ротора при его первоначальном пересечении с прямой  $B_b-C$ , мм.

При угле поворота ведомого ротора на минимальный угол  $\gamma_{2F\min}$ , профиль ведущего ротора поворачивается на угол  $\gamma_{1F\min}$ , рад:

$$\gamma_{1F\min} = -\gamma_{2F\min} \cdot i_{12},$$

где  $i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$  – передаточное отношение.

Профиль ведущего ротора, повернутый на данный угол  $\gamma_{1F\min}$ , будет пересекать прямую  $B_b-C$  при  $dl_{1F\min}$ . Расстояние  $dl_{1F\min}$ , мм, определялось аналогично  $d_{2F\min}$ , рассматривая координаты относительно ведущего ротора.

Получаем, что размер щели в рассматриваемом сечении  $B-B$  в проекции на торцевую плоскость соответствует расстоянию  $dl_{F\min}$ , мм (рис. 6):

$$dl_{F\min} = dl_{1F\min} - d_{2F\min}$$

Расстояние  $dz_{F\min}$ , мм, определялось аналогично  $dz_c$ , значение которого совпадает для ведущего и ведомого роторов:

$$dz_{F\min} = m_1 \cdot dy_{1F\min} = m_1 \cdot d\gamma_{1F\min},$$

где  $m_1 = \frac{h_2}{2 \cdot \pi}$  – относительный осевой шаг ведомого ротора, мм/рад.;

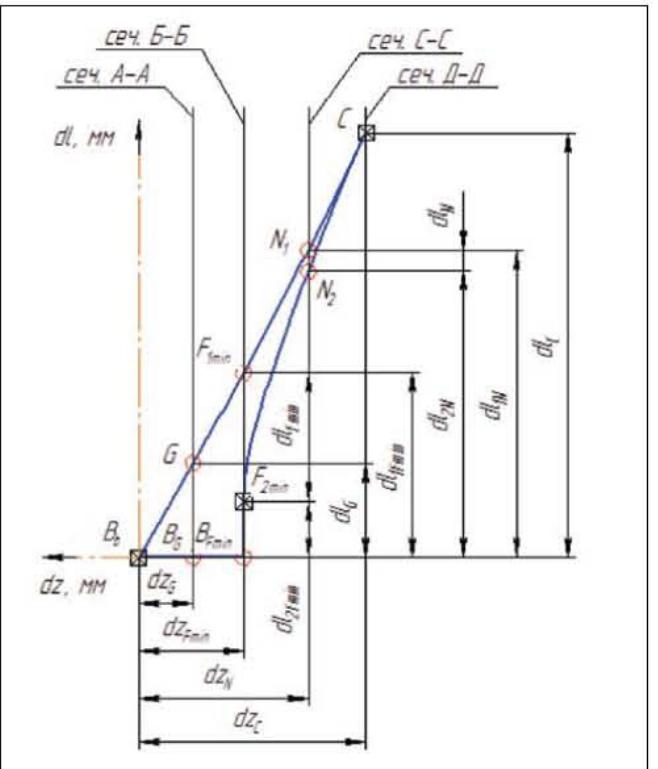


Рис. 6. Эпюра треугольной щели

$d\gamma_{1F\min}$  – угол поворота ведущего ротора на минимальный угол, рад.;

$d\gamma_{2F\min}$  – угол поворота ведомого ротора на минимальный угол, рад.

Полученные значения координат в данном сечении: ( $dz_{F\min}$ ;  $dl_{F\min}$ ) отмечались на эпюре для построения эпюры треугольной щели (рис. 6).

При дальнейшем вращении роторов прямую  $B_b-C$  будет пересекать и ведущий и ведомый ротор. Расстояния  $dl_{2N}$ ,  $dl_{1N}$  (рис. 6) определялись от точки  $B_b$  до точки пересечения профиля ведущего и ведомого роторов, соответственно, с прямой  $B_b-C$ . Полученные значения координат щели в данном сечении  $C-C$ : ( $dz_N$ ;  $dl_N$ ) отмечались на эпюре для построения треугольной щели, где  $dl_N = dl_{1N} - dl_{2N}$  (рис. 6).

Треугольная щель заканчивается в точке  $C$ , соответствующей значению координат при максимально отстоящей от оси линии зацепления (рис. 2, 4, 5). Угол поворота  $\gamma_c$ , общая длина  $dl_c$  и расстояние  $dz_c$ , рассчитывались аналогично предыдущим расчетам. Полученные значения координат щели в данном сечении  $D-D$ : ( $dz_c$ ;  $dl_c$ ) отмечались на эпюре для построения треугольной щели (рис. 6).

Для анализа площади треугольной щели удобнее пользоваться в качестве критерия его относительной величиной [2]:  $S_{\text{ши}} = \frac{S_{\text{ши}}}{D_d^2}$

### Определение угла давления

В маслозаполненных компрессорах винтовые поверхности роторов выполняют роль зубчатого зацепления, то есть передают крутящий момент. Поэтому при подборе оптимальных профилей роторов винтового компрессора также следует учитывать условия передачи крутящего момента от газовых сил. Для улучшения условий передачи крутящего момента от одного ротора к другому, необходимо минимизировать угол давления. С уменьшением угла давления в месте контакта винтов снижаются потери энергии, возникающие из-за трения винтовых поверхностей друг о друга, что приводит к уменьшению изнашивания зубьев [1]. Следовательно, угол давления также рассматривается в качестве основного геометрического параметра винтового компрессора.

В случае рассмотрения зацепления роторов винтового компрессора угол давления  $\delta$  заключен между вектором силы  $F$  в точке контакта роторов и вектором скорости в точке приложения этой силы  $V_t$  – для ведущего ротора. При этом сила  $F$  направлена от мгновенной точки касания профилей роторов до полюса зацепления –  $P$ , а вектор скорости – по касательной к окружности, проходящей через точку контакта роторов, в сторону вращения ротора (рис. 7). Полюс зацепления определяется на пересечении радиусов начальных окружностей  $r_{1h}$  и  $r_{2h}$  ведущего и ведомого роторов, соответственно (рис. 7).

В силовом взаимодействии винтового компрессора, участвует линия зацепления на участке  $PC$  (рис. 7). Зная координаты линии зацепления и полюса зацепления, в программе «Scilab» был составлен цикл поиска угла давления на основе геометрических знаний нахождения промежуточных углов.

Определив угол давления, был осуществлен расчет интеграла по линии зацепления на участке  $PC$  в пределах данного угла для различных положений точек контакта профилей компрессора:

$$I = \int_{(s_1)}^{(s_2)} l_{pc} dl.$$

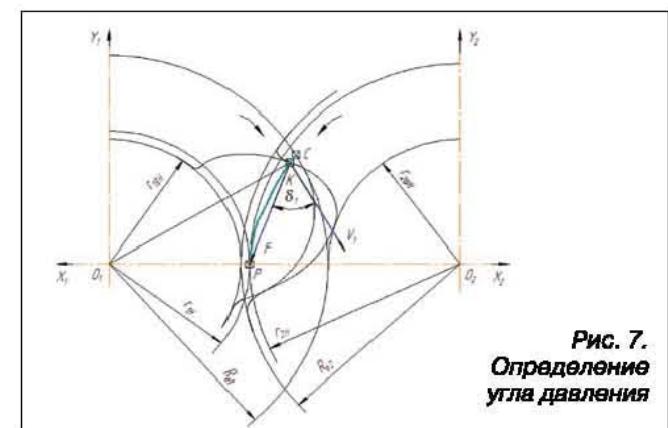
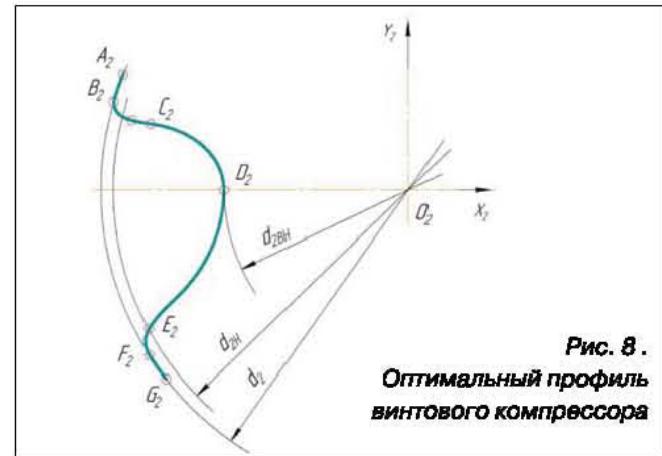


Рис. 7.  
Определение  
угла давления



Для сравнения значений  $\delta$  для различных профилей винтового компрессора была найдена величина, равная отношению интеграла к участку рассмотренной линии зацепления, которая называется среднеинтегральным значением угла давления:

$$I_s = \frac{I}{l_{pc}}.$$

Среднеинтегральное значение угла давления позволяет сравнивать влияние угла давления для различных видов профилей винтовых компрессоров, помогая выбрать его оптимальное значение.

### Результаты расчетов

На основе методик расчета было проведено исследование влияния формы профиля на основные геометрические характеристики. Форма профильной поверхности видоизменялась исходя из вариации нескольких параметров: угол наклона линейного участка, диаметр в точке сопряжения циклоиды профиля с лемнискатой Бернулли, длина линейного участка, абсцисса фокуса лемнискаты Бернулли.

Исходя из параметрического анализа была выбрана оптимальная форма профильной поверхности винтового компрессора, которая обеспечивает наибольшую его эффективность (рис. 8).

### Список литературы

1. Пат. RU 2494286 С1, МПК F04 C 18/16. Зацепление винтовой машины / В. Н. Налимов, Паранин Ю. А., Хисамеев И. Г., Якупов Р. Р.; заявл. 26.04.12; опубл. 27.09.13, Бюл. №27. – 7с.
2. Сакун И.А. Винтовые компрессоры. – Л.: Машиностроение, 1970. – 400с.
3. Хисамеев И. Г., Максимов В. А. Двухроторные винтовые и прямозубые компрессоры: теория, расчет и проектирование. – Казань: Фэн, 2000. – 638с.
4. Гусак А. А., Гусак М. Г., Бричкова Е. А. Справочник по высшей математике. – Мин.: изд-во «ТетраСистемс», 1999. – 640с.
5. Хисамеев И. Г., Максимов В. А. Двухроторные винтовые и прямозубые компрессоры: теория, расчет и проектирование. – Казань: Фэн, 2000. – 638с.

