

Математическая модель для расчета потерь в кольцевых сборных камерах центробежных компрессоров

Ю.А. Фирсова, И.Г. Хисамеев (ОАО «Казанькомпрессормаш»)

Разработан метод математического моделирования для расчета потерь в кольцевых сборных камерах концевых ступеней центробежных компрессоров. Приведены расчетные формулы. Сопоставлены результаты расчета коэффициентов потерь в кольцевых сборных камерах по математической модели и другим методикам.

Ключевые слова: математическое моделирование, центробежные компрессоры, концевые ступени, кольцевые сборные камеры, потери в проточной части.

Mathematical model for calculation of losses in ring collecting chambers of centrifugal compressors
Yu.A. Firsova, I.G. Khisameev

A method of mathematical modeling was designed to calculate losses in ring collecting chambers of the end stages of centrifugal compressors. Equations for calculation are presented. The results have been compared with other methods.

Key words: mathematical modeling, centrifugal compressors, end stages, ring collecting chambers, losses within the setting.

Выходные устройства (ВУ) концевых ступеней (КС) центробежных компрессоров (ЦК) оказывают существенное влияние на КПД и зону устойчивой работы, а также надежность ЦК, поскольку в значительной степени определяют аэродинамические нагрузки, действующие на ротор, особенно на нерасчетных режимах работы. Влияние ВУ резко усиливается при использовании центробежных компрессоров в области высоких давлений и при сжатии газов из группы галоидозамещенных углеводородов, работа на которых происходит при больших числах Маха, а также при повышении уровня окружных скоростей. В связи с этим отработка высокоеффективных конструкций ВУ и создание методов их расчета и оптимального проектирования имеют большое значение [1].

Метод математического моделирования для расчета потерь в кольцевой сборной камере (КСК) разрабо-

тан на основе комплексной обработки большого числа экспериментальных данных, полученных при испытаниях ступеней с различными геометрическими и режимными параметрами [2].

Основываясь на представлениях о характере течения потока, проточную часть (ПЧ) КСК можно разбить на три участка (рис. 1):

- участок 4-5 – поворотный канал;
- участок 5-6 – торовая часть камеры;
- участок 6-K – выходной конический диффузорный патрубок.

На выделенных участках возникают потери трения h_{tp} ; потери, обусловленные наличием радиального градиента давления h_{ind} ; потери в нагнетательном патрубке, обусловленные трением, изогнутостью канала и диффузорностью течения $h_{n.p.}$, а также потери в меридиональном сечении h_{mer} . Тогда потери в КСК

$$h_{KCK} = h_{tp} + h_{mer} + h_{ind} + h_{n.p.} \quad (1)$$

Слагаемые выражения (1) можно представить в виде структурно идентичных формул, имеющих следующий вид (например, для h_{tp}):

$$h_{tp} = c_{W_{tp}} \rho_{cp} \frac{c^3}{2m} F_{KCK}, \quad (2)$$

где $c_{W_{tp}}$ – коэффициент силы сопротивления; ρ_{cp} – средняя плотность газа в проточной части КСК; c_{cp} – средняя скорость продольного обтекания канала КСК в радиальной плоскости; m – массовый расход газа; F_{KCK} – площадь камеры.

Используя аналогичную структурную запись для остальных составляющих потерь, можно получить выра-

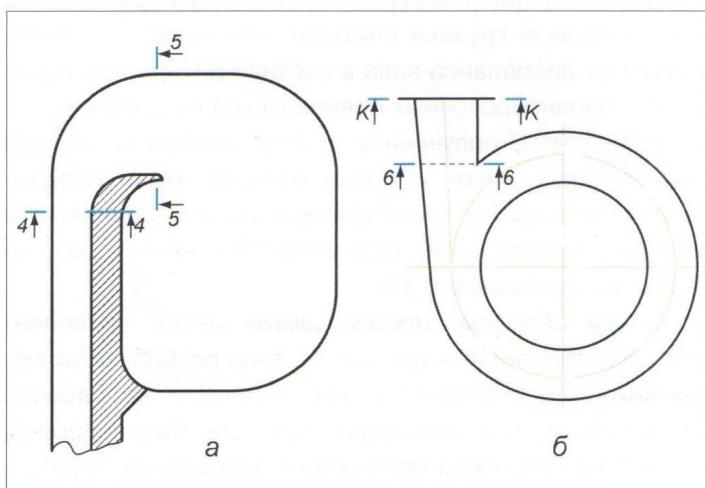


Рис. 1. Схема сечения КСК в меридиональной (а) и радиальной (б) плоскостях



жение для определения суммарного коэффициента сопротивления $c_{W_{KCK}}$ в виде суммы составляющих коэффициентов c_W . В качестве параметра, характеризующего эффективность КСК, выбрана доля потерь КПД:

$$\Delta\eta = \frac{h_{KCK}}{h} = \frac{\bar{c}^3 \bar{F} \bar{\varepsilon}}{2(1 + \beta_{tp} + \beta_{np}) \psi_t \Phi} c_{W_{KCK}}, \quad (3)$$

$$\text{где } \bar{F} = \frac{F_{KCK}}{\pi D_2^2 / 4}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\rho_{cp}}{\rho_0}; \quad \bar{c} = \frac{c_{cp}}{u_2};$$

где β_{tp} – коэффициент дискового трения; β_{np} – коэффициент протечек в колесе; ψ_t – коэффициент теоретического напора; Φ – коэффициент расхода; D_2 – диаметр колеса; ρ_0 – плотность газа на входе в ступень ЦК; u_2 – окружная скорость колеса.

Отдельные коэффициенты сопротивления, соответствующие составляющим потерь, могут быть представлены в виде функций от критериев подобия M и Re , а также от комплексов параметров, характеризующих распределение скоростей идеального потока \bar{w} и форму КСК:

$$c_{W_{KCK}} = f(M_i, Re_i, \bar{w}_i, \bar{F}_i). \quad (4)$$

Тогда общий вид аналитической зависимости потерь в КСК

$$\begin{aligned} \Delta\eta = & \frac{1}{1 + \beta_{np} + \beta_{tp}} \frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{2 \psi_t \Phi} \left\{ k_{M_{tp}} k_{Re_{tp}} c_{W_{tp}}(\bar{w}, \bar{F}) + \right. \\ & + k_{M_{mer}} k_{Re_{mer}} c_{W_{mer}}(\bar{w}, \bar{F}) + k_{M_{ind}} k_{Re_{ind}} c_{W_{ind}}(\bar{w}, \bar{F}) + \\ & \left. + k_{M_{n,p}} k_{Re_{n,p}} c_{W_{n,p}}(\bar{w}, \bar{F}) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где k_M , k_{Re} – поправочные коэффициенты, учитывающие влияние критериев соответственно M и Re ; c_W – коэффициенты сил сопротивления соответствующих потерь.

При конкретизации выражения математической модели (ММ) были использованы приближенные методы, которые основаны на следующих допущениях:

- коэффициент силы сопротивления трению $c_{W_{tp}}$ является функцией относительного замедления потока – $\Delta c/c_{cp}$;
- оценка влияния пространственности течения газа в канале КСК производится путем введения соответствующих потерь h_{mer} и h_{ind} в выражение общего вида потерь;
- коэффициент силы сопротивления $c_{W_{ind}}$ является функцией поперечного градиента скорости и относительной ширины канала;
- влияние чисел M и Re обобщенно учитывается поправочными коэффициентами k_M и k_{Re} .

Составляющие потерь, входящие в выражение (1), на основании принятых допущений определяются следующими выражениями:

– потери на трение [3]

$$h_{tp} = \frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} X_1 \left[1 + X_2 \left(\frac{\Delta c}{c_{cp}} \right) \right]^{X_3}; \quad (6)$$

– потери в меридиональном сечении

$$h_{mer} = X_4 \operatorname{tg}^{1,25} \frac{v_3}{2} \left(1 - \frac{b_4 r_4}{b_{cp} R_{cp}} \right)^2 (\bar{c}_{r4}^2); \quad (7)$$

– индуктивные потери

$$h_{ind} = \frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} X_5 \frac{(\bar{c}_{acp})^2}{(b_{cp}/l_{cp})^{X_6}}; \quad (8)$$

– потери в нагнетательном патрубке

$$h_{n,p} = \frac{1}{2} \bar{c}_{\theta_k}^2 \left[\left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{x_7}{\sin \frac{v_3}{2}} + X_8 \operatorname{tg}^{X_9} \frac{v_3}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^2 \right], \quad (9)$$

где $\bar{\varepsilon}$ – отношение средней плотности воздуха сечения к плотности воздуха на входе в ступень; X_1 – X_9 – искомые параметры; v_3 – эквивалентный угол раскрытия; b_4 – ширина сечения на входе в КСК; r_4 – радиус сечения на входе в КСК; b_{cp} – средняя ширина сечения; R_{cp} – средний радиус сечения; c_{r4} – среднерасходная радиальная составляющая скорости на входе в КСК; c_{acp} – усредненный поперечный градиент скорости; l_{cp} – усредненная длина ПЧ КСК; \bar{c}_{θ_k} – скорость в сечении $\theta = \theta_k$; θ_n – угол расположения нагнетательного патрубка; n – коэффициент геометрической диффузорности.

В выражении (9) первая составляющая указывает потери на трение, вторая – потери от расширения.

На основе выражения (5) с учетом уравнений (6) – (9) получена в общем виде ММ для расчета потерь КПД в КСК (одно уравнение):

$$\begin{aligned} \Delta\eta = & \frac{1}{1 + \beta_{tp} + \beta_{np}} \frac{1}{2 \psi_t} (1 + X_{10} M^{X_{11}}) \times \\ & \times (1 + X_{12} / Re^{X_{13}}) \left\{ \frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} X_1 \left[1 + X_2 \left(\frac{\Delta c}{c_{cp}} \right) \right]^{X_3} + \right. \\ & + X_4 \operatorname{tg}^{1,25} \frac{v_3}{2} \left(1 - \frac{b_4 r_4}{b_{cp} R_{cp}} \right) (\bar{c}_{r4}^2) + \frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} X_5 \frac{(\bar{c}_{acp})^2}{(b_{cp} + l_{cp})^{X_6}} + \\ & \left. + \bar{c}_{\theta_k}^2 \left[\left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{x_7}{\sin(v_3/2)} + X_8 \operatorname{tg}^{X_9} (v_3/2) \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

Для нахождения конкретного вида ММ запишем уравнение (10) в виде

$$\Delta\eta = \varphi(\bar{x}, \bar{A}), \quad (11)$$



где $\Delta\eta$ – расчетное значение функции (в данном случае – доля потерь КПД, характеризующая эффективность КСК); $\bar{x} = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, X_n)$ – вектор искомых параметров; $\bar{A} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, a_m)$ – вектор известных параметров, т.е. множество значений чисел M , Re , \bar{F} и др.

На невязки, т.е. разницу между вычисленным и известным опытным значением $\Delta\eta$, накладывается условие, предложенное Лежандром, для обеспечения которого требуется минимизация суммы квадратов невязок:

$$G = \sum_{i=1}^k [\Delta\eta_{i\text{ эксп}} - \varphi(\bar{x}_i + \bar{A}_i)]^2, \quad (12)$$

где $\Delta\eta_{i\text{ эксп}}$ – данные, полученные экспериментальным путем; $\varphi(\bar{x}_i + \bar{A}_i)$ – значение функции, полученное из расчетов по ММ; i – номер варианта или режима экспериментального испытания.

Задача решается перебором всех значений вектора \bar{X} с некоторым шагом, обеспечивающим практическую точность ММ, и выбором из этого множества значений конкретного значения \bar{X} . В данной работе за рабочий вариант был принят метод случайного поиска с переменным шагом [2].

При определении неизвестных коэффициентов x_i методом случайного поиска границы исходных параметров варьировались в широком диапазоне. Конкретизация ММ потерь с использованием данных по 135 вариантам концевых ступеней производилась поэтапно с помощью программы, составленной на языке Visual Basic. Каждый этап поиска заканчивался анализом полученного решения, по результатам которого вносились необходимые корректины в частные функциональные зависимости и в границы поиска вектора неизвестных коэффициентов. Среднее отклонение значений $\Delta\eta_{\text{расч}}$ от $\Delta\eta_{\text{эксп}}$ было уменьшено с 18 до 5,7%.

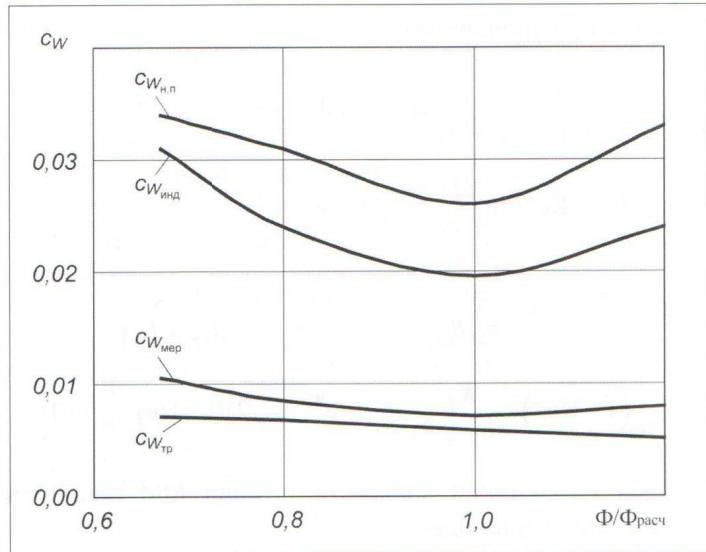


Рис. 2. Соотношение коэффициентов сил сопротивления составляющих потерь

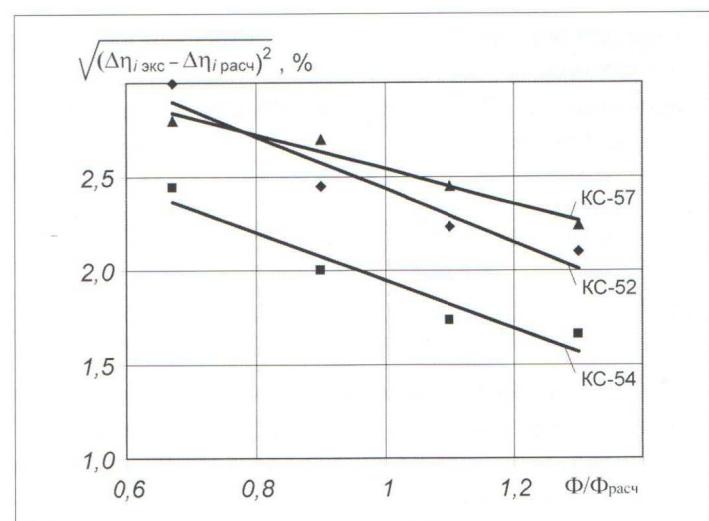


Рис. 3. Сравнение расчетных и экспериментальных значений $\Delta\eta$ для трех концевых ступеней

По результатам проведенной идентификации ММ для определения $\Delta\eta$ имеет в окончательный вид:

$$\begin{aligned} \Delta\eta = & \frac{1}{1 + \beta_{\text{тр}} + \beta_{\text{пр}}} \frac{1}{2\psi_t} (1 + 1,5M^{1,1}) \left(1 + \frac{58}{Re}\right) \times \\ & \times \left[\frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} 0,007 \left[1 + 0,03 \left(\frac{\Delta c}{c_{cp}} \right) \right]^{0,6} + \right. \\ & + 0,12 \operatorname{tg}^{1,25} \frac{v_3}{2} \left(1 - \frac{b_4 r_4}{b_{cp} R_{cp}} \right) (\bar{c}_{r4}^2) + \frac{\bar{\varepsilon} \bar{F} \bar{c}^3}{\Phi} 0,002 \frac{(\bar{c}_{a cp})^2}{(b_{cp}/l_{cp})^{0,1}} + \\ & \left. + \bar{c}_{0k}^2 \left[\left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{0,0018}{\sin(v_3/2)} + 8 \operatorname{tg}(v_3/2) \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2 \right] \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Диапазон применимости ММ: по числам $Re = 2,1 \cdot 10^5$ – $4,2 \cdot 10^5$ и $M = 0,3$... $0,4$; по относительной площади камер $\bar{F} = 1,54$, 4 .

На рис. 2 представлены зависимости между составляющими потерь (с учетом коэффициентов сил сопротивления) в ПЧ КСК, вычисленные по выражению (13). Как видно, потери трения составляют 10–15% суммарных потерь. Потери, обусловленные особенностями меридионального течения в КСК, составляют 12–17% общих потерь; индуктивные потери, обусловленные наличием поперечного градиента давления, – 20–35%. Сложный характер картины течения в начальной зоне нагнетательного патрубка обуславливает сравнительно высокие значения потерь (40–50% суммарных потерь).

Проверка расчетного распределения между составляющими потерь, полученного с помощью конкретного вида ММ, удовлетворительно согласуется с опытными результатами. Разность (%) в соотношениях между различными составляющими потерь обусловлена спецификой геометрической формы ПЧ и особенностями тече-



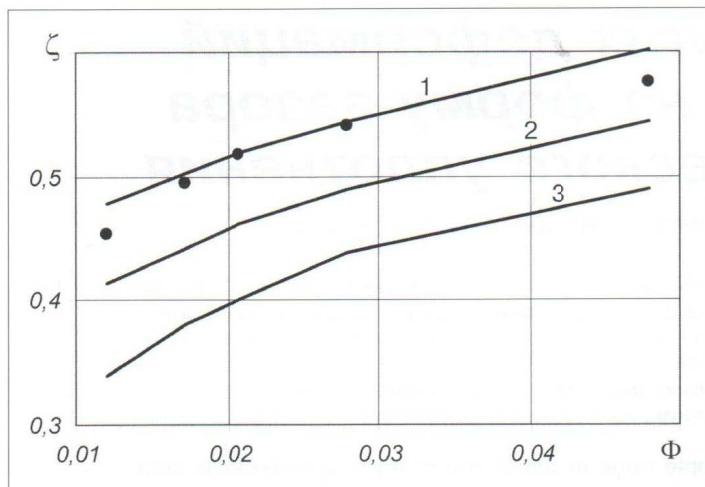


Рис. 4. Сравнение результатов расчета коэффициента потерь в КСК с использованием разработанной ММ (1) и методик, рекомендуемых в работах [4] (2) и [5] (3)

ния в предшествующих элементах концевой ступени.

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений величин Δt для трех концевых ступеней (КС-52, КС-54, КС-57) показало (рис. 3), что в пределах области применимости ММ, установленной в процессе экспериментального исследования, и идентификации

модели, расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями не превышает экспериментальной погрешности определения величины и составляет 9%.

Сопоставление характеристик, рассчитанных с использованием выражения (13) с характеристиками, полученными по рекомендациям других авторов (рис. 4), показывает, что данные, полученные расчетом по разработанной ММ, имеют большую точность. Следовательно, математическая модель пригодна для анализа влияния определяющих параметров на потери в КСК.

Список литературы

- Список литературы**

 1. Ми��тахов А.А. Аэродинамика выходных устройств турбокомпрессоров. М.: Машиностроение, 1999.
 2. Селезnev К.П., Галеркин Ю.Б., Никифоров А.Г. Оценка эффективности двухзвенных ступеней центробежных компрессоров на основе статистической обработки результатов эксперимента//Труды ЛПИ. СПб., 1977.
 3. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992.
 4. Никитин А.А., Цукерман С.В. Расчет потерь в выходном устройстве центробежного компрессора//Энергомашиностроение. 1979. № 6.
 5. Тарабарин О.И. Исследование аэродинамики кольцевых сборных камер концевых ступеней центробежных компрессоров. Дис. ... канд. техн. наук. Казань: КХТИ им. С.М. Кирова, 1979.

IX МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОМЫШЛЕННЫЙ ФОРУМ – 2010

23 - 26
НОЯБРЯ 2010 г.



МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВЫСТАВОЧНЫЙ ЦЕНТР
Украина, Киев, Броварской пр-т, 15
 "Левобережная"

ОРГАНИЗАТОРЫ:

Министерство промышленной политики Украины

**ООО "Международный выставочный центр"
Украинская Национальная Компания
"Хустанко-инструмент"**



ООО "Международный выставочный центр"
Украина 02660 Киев Броварской пр-т 15

Украина, 02000, Киев, Броварской пр-т,
т. (044) 201-11-65 201-11-56 201-11-58

e-mail: lilia@iec-expo.com.ua

e-mail: info@tech-expo.com.au
c-expo.com.au www.tech-expo.com.au

www.iec-expo.com.ua, www.tech-expo.com.ua

Информационная поддержка:

